

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
 PLANTEL ORIENTE
 VARIACIÓN DIRECTAMENTE PROPORCIONAL

Al estudiar diversos fenómenos que interesan a las ciencias, nos encontramos con cantidades que varían directamente proporcional, por ejemplo:

- 1) El tiempo y la cantidad de trabajo realizado
- 2) El peso y el volumen de un cuerpo
- 3) La fuerza y el alargamiento de un alambre (Ley de Hooke)
- 4) El número de obreros y el trabajo realizado
- 5) La distancia recorrida y el tiempo, si la velocidad es constante
- 6) La distancia con la velocidad, si el tiempo es constante
- 7) El peso y el precio de una mercancía
- 8) La dilatación y la temperatura de un metal

Veamos algunos ejemplos con mayor detalle:

1) Ley de Hooke: El alargamiento x que sufre un resorte varía directamente con el peso y que cuelga de él, ($y = kx$).

Si un peso de 10 gr. estira un resorte 2 cm. ¿Cuántos gramos se necesitan para estirar un resorte 4 y 6 cm.?

Esta información la podemos representar por medio de la siguiente tabla.

Alargamiento: x	2 cm	4 cm	6 cm
Peso: y	10 gr	20 gr	30 gr

Observa que cuando aumenta el peso, el alargamiento aumenta proporcionalmente. Ahora tenemos las parejas: (2 ,10), (4 , 20), (6 , 30)

Localicemos estas parejas en el plano cartesiano.

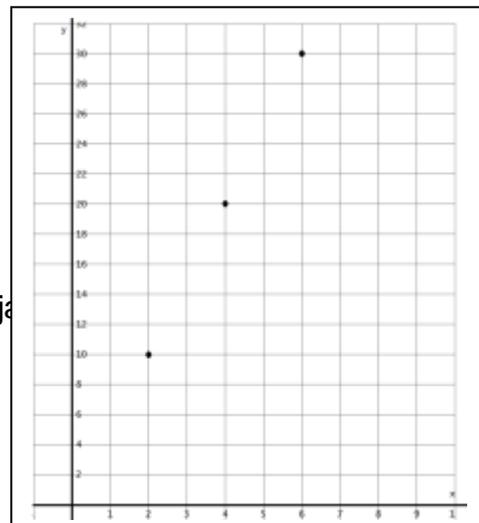
Los valores de x e y varían proporcionalmente lo que significa que: $y = kx$

k es llamada la constante o factor de proporcionalidad

Si analizamos el cociente $\frac{y}{x}$ con cada una de las parejas

la gráfica, se forman las fracciones equivalentes:

$$\frac{10}{2} = \frac{20}{4} = \frac{30}{6} = \frac{y}{x} = k$$



El cociente $\frac{y}{x}$ en cada fracción es 5 y en este ejemplo 5 es la constante de proporcionalidad,

y el modelo algebraico de este problema es $y = 5x$.

2) La presión en el fondo de una piscina varía directamente con la altura del agua. Si la presión es 1 Kg/cm^2 cuando la columna de agua tiene una altura de 10 m, encontrar la presión sobre el fondo de una piscina cuya altura de agua es 1.35 m.

Solución:

Si p representa la presión y h la altura del agua y como p varía directamente proporcional a h , entonces:

Sustituyendo la constante $k = 0.1$ y $h = 1.35$ m en la fórmula se tiene, se tiene:

DATOS	FÓRMULA	SUSTITUCIÓN
$h = \text{altura} = 10 \text{ m}$	$p = kh$	$1 \text{ kg/cm}^2 = k(10 \text{ m})$
$p = \text{presión} = 1 \text{ kg/cm}^2$	Según la definición de variación directa.	Despejando k : $k = \frac{1 \text{ kg/cm}^2}{10 \text{ m}}$
		$k = 0.1 \frac{\text{kg/cm}^2}{\text{m}}$

Para encontrar la presión cuya altura del agua es 1.35 m, se sustituye en $p = kh$

$$p = (0.1 \frac{\text{kg/cm}^2}{\text{m}})(1.35 \text{ m}) = 0.135 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ entonces la presión es de } 0.135 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

RESOLVER LOS SIGUIENTES PROBLEMAS:

1) El alargamiento e que sufre un resorte varía directamente con el peso F que cuelga de él, si un peso de 12 gr. estira un resorte 3 cm.

- Encontrar la constante de proporcionalidad.
- ¿Cuántos gramos se necesitan para estirar un resorte 5 y 9 cm?
- Construir su gráfica.

2) El perímetro “p” varía directamente con el lado “l” de un cuadrado.

- Encontrar el modelo algebraico.
- Graficar cuando el lado mide 1, 2, 3, 4 cm.

3) Un avión puede recorrer 1050 km en 2.2 horas. ¿Cuánto recorrerá este avión a la misma velocidad en 4 horas? Graficar para $t = 1, 2, 3, 4, 5$ y 6 horas.

4) La distancia “S” en metros que recorre un objeto cayendo desde el reposo, varía directamente con el cuadrado del tiempo “t” en segundos que tarda en caer.

- Encontrar el modelo algebraico.
- Si un objeto recorre 828.1 m en 13 segundos, encontrar la constante de proporcionalidad.
- ¿Cuál es la distancia recorrida por el objeto en 5 segundos?
- Construir la gráfica para $t = 2, 4, 5, 8$ y 13 segundos.

5) El diámetro “D” de un círculo es igual a dos veces el radio “r” del mismo. Expresa como una función lineal la relación del diámetro con respecto al radio.

Graficar para $r = 0.5, 1.5, 2, 3, 4.5,$ y 7 cm.