1.1 SITUACIONES QUE DAN LUGAR A UNA FUNCIÓN POLINOMIAL

Con frecuencia se necesita describir una cantidad en términos de otra ya sea empleando tablas, gráficas o ecuaciones por ejemplo: el precio de un objeto y su demanda, el crecimiento de una planta con respecto a la cantidad de luz que recibe, el ingreso que resulta con el número de objetos vendidos, la corriente eléctrica y el tiempo, la velocidad de una reacción química y la concentración de una sustancia determinada, el peso de un objeto con respecto a la altura sobre el nivel del mar, el periodo de un péndulo y su longitud, la cantidad de miligramos de medicina y el tiempo que ha transcurrido después de ser suministrada, el volumen de un sonido y su intensidad, la magnitud de un sismo y su lectura sismográfica ... etc. La relación que hay entre algunas de las parejas de variables anteriores probablemente se puedan representar en forma polinomial otras no, a continuación veremos algunos ejemplos que representan situaciones que dan lugar a una función polinomial.

Las funciones polinomiales van desde las lineales, cuadráticas, cubicas y así va aumentando el grado según el exponente mayor de la variable independiente, las dos primeras ya las conociste en tus cursos anteriores.

Ejemplo.- Julia prepara gelatinas y las vende en una escuela. El costo inicial para empezar sus ventas fue de \$ 20.00. Cada gelatina le sale a \$ 2. 50 y las vende a \$ 5. 00. Si x representa el número de gelatinas vendidas:

a) Completa la tabla, donde C(x) representa el costo como una función de x, y I(x) es el ingreso en función de x.

x	C(x)	I(x)	x	C(x)	I(x)
0			10		
1			20		
2			50		
3			75		
4			100		
5			200		

b) De acuerdo a la forma en que llenaste la tabla ¿C(x) y I(x) son funciones lineales? ____

c) Escribe la expresión (regla de correspondencia) que representa al costo C como una función de x : ________________________

d) Expresa al ingreso I como una función de x: _______________________

e) ¿Hasta cuándo Julia obtendrá ganancias? ______________________________

f) ¿Quién es la variable independiente en ambos casos?

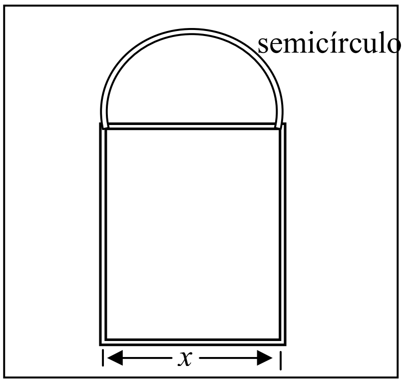
____

g) ¿Puede esta variable tomar valores negativos o valores con decimales?

____

Tanto el Costo de preparación de las gelatinas y el Ingreso que obtiene Julia dependen del número de gelatinas que venda así que el **Costo y el Ingreso son las variables dependientes** y representan funciones de la forma $y = mx + b$ o sea **funciones lineales.**

Ejemplo 1) La ventana que se muestra en la figura consta de un rectángulo con un semicírculo en la parte superior. Exprese el área A de la ventana como una función del ancho x indicado, si se sabe que el perímetro de la ventana es de 30 metros.



Solución

Coloca otra letra para la altura del rectángulo, por ejemplo h.

1. El radio del semicírculo es: $r =$
2. Escribe la expresión para el perímetro de la ventana: $P = 3$ lados del rectángulo + el contorno del semicírculo,

$$P =$$

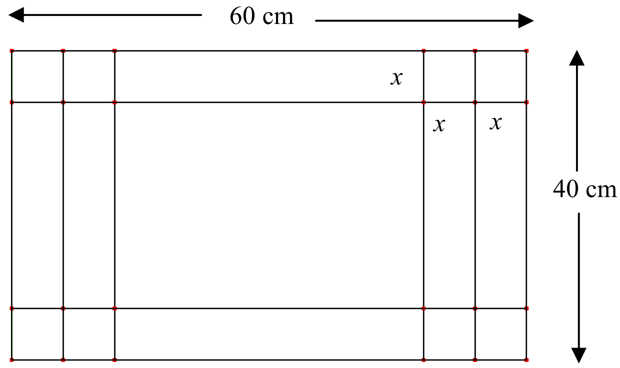
3. Iguala la expresión anterior a 30 m que es el valor del perímetro y despeja a h:
4. El área de la ventana es: A = área del rectángulo + área del semicírculo
   $A =$
   $A =$
5. Realiza las operaciones necesarias y simplifica la expresión anterior donde las únicas variables son el área A y el ancho de la ventana x

$$A =$$

6. ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente?
7. ¿Qué valores puede tomar cada una de ellas según las condiciones del problema?

Si llegaste a la expresión correcta del área A de la ventana en función de su ancho x te podrás dar cuenta que ahora en esta expresión el exponente más grande que lleva la variable independiente x es 2 por lo que tenemos una **función cuadrática.**

Ejemplo 2) Con un pedazo rectangular de cartulina de 60 cm de largo por 40 cm de ancho se puede construir una caja abierta que se sujeta por sí misma, recortando un cuadrado de longitud x de cada esquina de la cartulina como se muestra en la figura, recortando las líneas continuas y doblando en las líneas interrumpidas. Expresa el volumen V de la caja en términos de la longitud x del cuadrado que se recorto.



Solución

1. De la figura vemos que la base de la caja va a tener un largo de: __________________ y un ancho de: ________________
2. La altura mide: ________________
3. El volumen de una caja se calcula: Volumen = ( ) ( ) ( )
4. Si sustituimos el largo, ancho y altura en términos de x nos queda:

$$V(x) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Esta expresión representa el volumen de la caja como función de la longitud x del cuadrado que se recorto.

5. ¿Qué valores le podemos asignar a x?

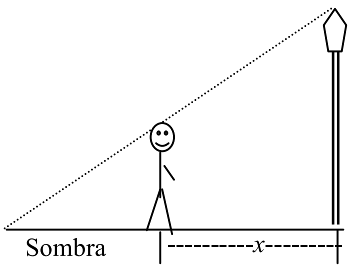
Si realizamos los productos indicados en la expresión de V la podemos expresar como

$$V(x) =$$

Y aquí vemos claramente una **función cubica** ya que el mayor exponente de x es 3.

Ejercicios 1.1

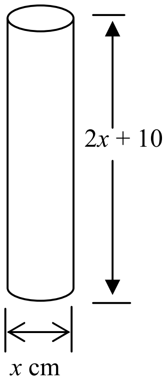
1. Una persona de 1.80 m de altura camina hacia un farol de 6.0 m como se muestra en la figura. Expresa la longitud L de su sombra como una función de su distancia x desde el farol



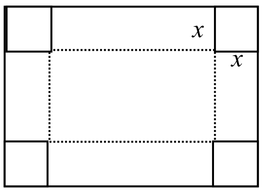
2. Se desea construir una pista de atletismo con dos segmentos rectos y dos semicirculares, como se muestra en la figura. El radio de cada segmento semicircular es r. La longitud de la pista debe ser de 1 Km. Expresa el área A cubierta por la pista como una función de r.

Pista

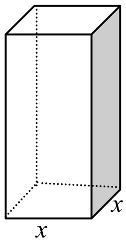
3. Un tubo de ensayo esta formado por una semiesfera y un cilindro como se muestra en la figura. Si el diámetro de la semiesfera es de x cm y el largo del tubo $(2x + 10)$ cm, entonces la capacidad del tubo de ensayo es:



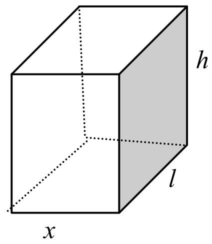
4. Se quiere construir una caja abierta a partir de un pedazo de cartón de 20 cm por 40 cm, cortando cuadrados de lado x en cada esquina y doblando los costados. Expresa el volumen V de la caja como una función de x.



5. Una caja de cartón tiene una base cuadrada y cada una de las cuatro aristas de la base tiene una longitud de x cm como se muestra en la figura. La longitud total de las 12 aristas de la caja es de 360 cm. Expresa el Volumen de la caja como una función de x.



6. Una caja cerrada de forma rectangular tiene x unidades de ancho, y el doble del largo, sea h la altura de la caja. Si el área superficial de la caja es de 120 unidades cuadradas, exprese su volumen V en función de x.



1.2 NOCION GENERALIZADA DE FUNCIÓN

Una función es una regla que define una correspondencia entre dos conjuntos de elementos, tal que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo un elemento del segundo conjunto. El primer conjunto se conoce como el **dominio** y el segundo conjunto se conoce como el **rango.**

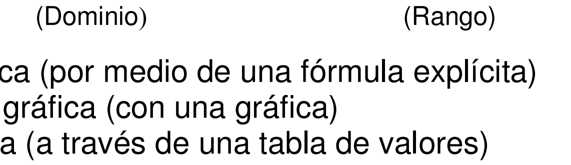
A la variable que representa un elemento arbitrario del dominio se le conoce como **variable independiente** y a la variable que representa un elemento arbitrario del rango se le llama **variable dependiente.**

En la sección anterior en el ejemplo 1) la variable independiente es el número de gelatinas vendidas x y todo este conjunto de números enteros positivos forman el dominio de la función Costo, C, y de la función Ingreso, I, así que tanto I como C son variables dependientes y los valores que toma cada una de ellas al variar x forman su respectivo rango; la regla de correspondencia esta dada por las ecuaciones $C(x) = 20 + 2.50x$, $I(x) = 5x$

Es útil comparar una función como una máquina que siempre que se le alimenta con un valor x de su dominio (entrada) produce un valor de $f(x)$ de su rango (salida) de acuerdo con la regla de la función. Las funciones de tu calculadora son ejemplos de una función como máquina.

Para comprender lo que es una función se recurren a diferentes formas de describirlas o representarlas como son:

a) Verbal (mediante una descripción con palabras)



b) Algebraica (por medio de una fórmula explícita)
c) Visual o gráfica (con una gráfica)
d) Numérica (a través de una tabla de valores)

A veces es necesario pasar de una forma a otra para entenderlas mejor, y esto no siempre resulta ser sencillo ya que no todas las relaciones entre dos cantidades tienen reglas de correspondencia matemáticas y teniendo en cuenta que no todas representan funciones, ya que debes de tener en cuenta que para que una relación sea función se debe de cumplir que para cada valor de la variable independiente le debe de corresponder uno y solo un valor de la variable dependiente.

Ejemplo 1) Representar en las cuatro formas el ejemplo 1 de la sección anterior, El costo de preparación y los ingresos de venta de gelatinas.

Verbal (Descripción con palabras)

- El Ingreso que se obtiene es directamente proporcional al número de gelatinas vendidas, con una constante de proporcionalidad de 5
- El costo de preparación de las gelatinas varía en forma lineal con respecto al número de gelatinas, con un costo inicial de $20.00 y $2.50 por cada gelatina.

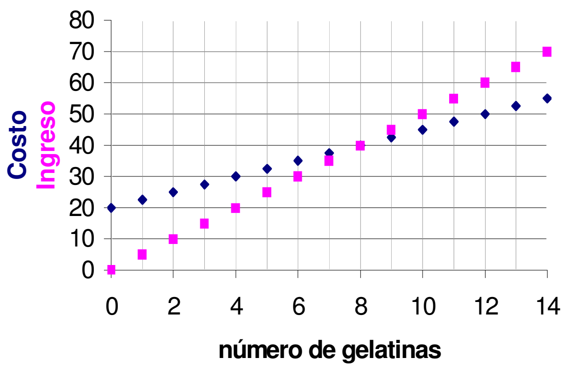
Algebraica (con una formula o ecuación)

$I(x) = 5\,x$

$C(x) = 20 + 2.5x$

Numérica (por medio de una tabla)

Número de Gelatinas	Costo ($)	Ingreso ($)
0	20	0
1	22.50	5
2	25.00	10
3	27.50	15
4	30.00	20
5	32.50	25
6	35.00	30
12	50.00	60
14	55.00	70



Visual (por medio de una gráfica)

Ejercicio1) Realizar lo mismo para los ejemplos 2 y 3 de la sección anterior.

Cuando se nos representa una relación entre dos variables en forma numérica o con una tabla, para verificar que esta represente una función lo que utilizamos son parejas ordenadas de elementos, en donde el primer componente representa un elemento del dominio y el segundo componente el correspondiente al rango con la propiedad de **que no existan dos pares ordenados que tengan el mismo primer componente y un segundo componente distinto.**

Seguiremos estudiando relaciones que representan funciones y sobre todo sus gráficas. Ya que recordamos el concepto de función vamos a ver su definición más formal.

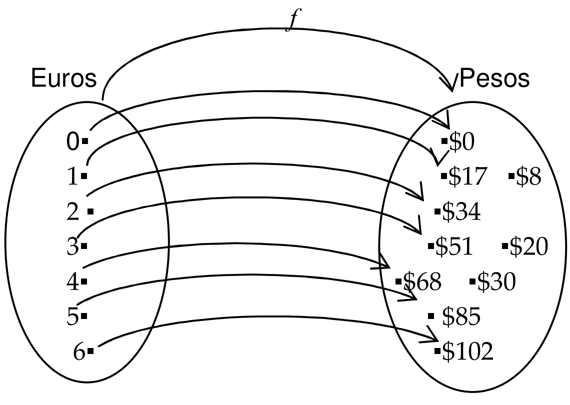
Una función f de un conjunto A respecto a un conjunto B es una regla de correspondencia que asigna, a cada elemento x del conjunto A, exactamente un elemento y del conjunto B. Al conjunto A se le llama el ***dominio*** de la función f, y al conjunto B se le llama ***contradominio*** que contiene al **rango** de la función f.

Para diferenciar a cada función le asignamos un nombre representado por una letra, y estas pueden ser f, g, h, etc. también pueden ser mayúsculas.

En general cuando tengamos una regla de correspondencia en donde para cada x se le asocia una y, se dice que y es la imagen de x bajo una función « f », y esto lo escribimos como $y = f(x)$, que se lee: « y es igual a f de x » no lo confundas con f veces x.

Analiza los siguientes ejemplos para que te quede más clara esta definición.

Ejemplo 2) Este diagrama representa una función del conjunto A al conjunto B



Conjunto A	Conjunto B
Dominio	Contradominio
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}	{$0, $8, $17, $20, $30, $34, $51, $68, $85, $102}

Cumple las características para que sea función:

1. Todo elemento de A quedo relacionado, no sobró ninguno.
2. Cada elemento de A le corresponde uno de B, a ninguno le corresponden dos.
3. No necesariamente todos los elementos de B deben de quedar relacionados.

Si llegase a suceder que un elemento de A se relaciona con dos o más de B entonces **no sería función**, pero **se seguiría cumpliendo** la definición si dos o más elementos de A estén relacionados con uno de B.

Su rango es el conjunto R = {\$0, \$17, \$34, \$51, \$68, \$85, \$102}

Esta función la podemos representar por el siguiente conjunto de parejas ordenadas: {(0 , \$0), (1, \$17), (2 , \$34), (3 , \$51), (4, \$68), (5 , \$85), (6 , \$102)}
Observa que en cada pareja el primer elemento pertenece al conjunto A, y el segundo elemento es del conjunto B.

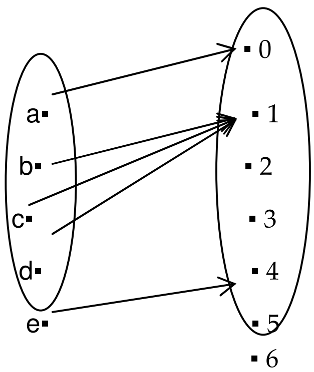
Usando la notación de función tenemos que $f(0)$ = \$0
$f(1)$ = \$17
$f(2)$ = \$34
$f(3)$ = \$51
$f(4)$ = \$68
$f(5)$ = \$85
$f(6)$ = \$102

Ejemplo 3)
Supón que A = {a, b, c, d, e} y B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}. ¿Cuál de los siguientes incisos representa a una función?

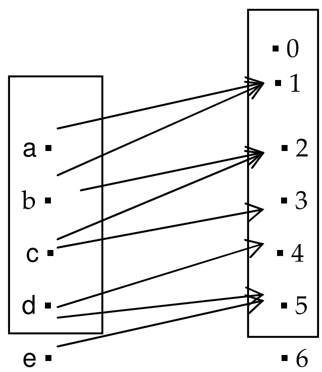
a) {(a , 1), (b , 3), (c , 5), (d , 6)}

b) {(a , 0), (b , 2), (c , 4), (d , 6), (e, 6)}

c)



d)



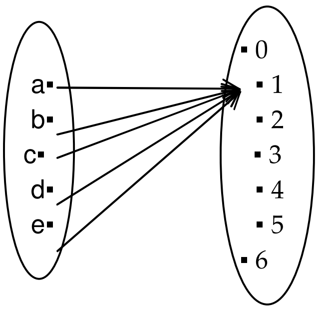
Solución:
a) No es función, ya que no todos los elementos del conjunto A quedaron relacionados, faltó relacionar al elemento e.
b) Si es función, ya que todo elemento de A quedó relacionado con exactamente uno de B, no importa que los elementos d y e se relacionen con el mismo de B.
c) Si es función, ya que no importa que varios elementos de A estén relacionados con el mismo de B.
d) No es función, ya que varios elementos de A se relacionan con dos de B .

Ejercicio 2) Si $\mathcal{A}$ = {0, 1, 2, 3 } y $\mathcal{B}$ = {a, b, c, d, e }, determina cual de los siguientes conjuntos de pares ordenados representa a una función de $\mathcal{A}$ en $\mathcal{B}$, justifica tu respuesta.

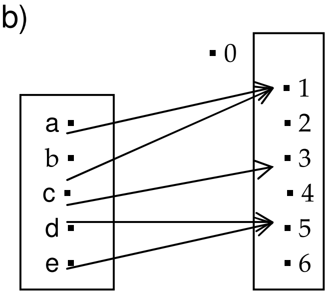
a) {(0 , b), (1 , e), (2 , d), (3 , a)}
b) {(1 , d), (0 , e), (3 , e), (2 , a)}
c) {(0 , e), (1 , b), (2 , d), (3 , a), (1 , c)}
d) {(0 , a), (1 , d), (2 , b), (3 , e), (2 , b)}
e) {(0 , d), (1 , e), (3 , b), (0 , d)}

Ejercicio 3) De los siguientes diagramas decir cual representa una función y cual no, justifica tu respuesta.

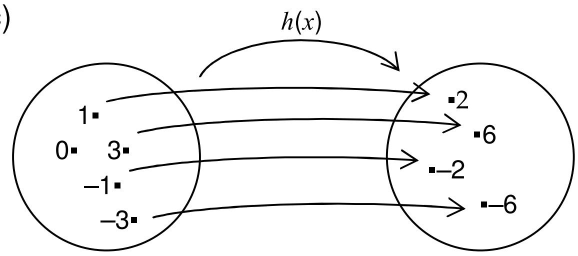
a)



b)



c)



La representación de funciones mediante conjuntos finitos como en los ejemplos 2 y 3 son muy usados en matemáticas discretas. En álgebra, es más frecuente representar funciones por medio de ecuaciones o modelos matemáticos también llamada regla de correspondencia que involucran a las dos variables.

Ejemplo 4)
Determina si las siguientes ecuaciones representan a y como función de x.

a) $x^2 + y = 4$ **b)** $-x + y^2 = 4$

Solución:
Cuando tenemos ecuaciones de esa forma lo primero que tenemos que hacer es despejar a y.

a) Al despejar a y en $x^2 + y = 4$ tenemos:

$$y = -x^2 + 4$$

Que nos dice que, para cada valor de x le corresponde sólo uno de y, esto quiere decir que cumple la definición de función, (para comprender mejor esta afirmación puedes asignarle cualesquiera valores a x y encontrarás que le corresponde uno y solo uno a y). Entonces y es una función de x.

b) Al despejar a y en $-x + y^2 = 4$ tenemos:

$$y^2 = x + 4$$

$$y = \pm\sqrt{\ } x + 4$$

El signo $\pm$ nos indica que para un valor de x le corresponden dos de y, uno positivo y el otro negativo.
Por ejemplo: Si $x = 0$ al sustituir tenemos que $y = \pm\sqrt{0} + 4 = \pm\sqrt{\ } 4 = \pm 2$, es decir para $x = 0$ le corresponden $+2$ y -2 que son dos valores de y, esto quiere decir que $-x + y^2 = 4$ no cumple con la definición de función.

Y concluimos que en este caso la y **no es función** de x.

Ejercicio 4) De las siguientes ecuaciones cuáles definen a y como una función de x.

a) $y - x^2 = 9$ b) $2y - 8x = 4$ c) $y^2 - x = 1$ d) $x^2 + y^2 = 25$

Recuerda que cuando tengamos una ecuación en donde y es una función de x como en el inciso **a)**, se le asigna un nombre puede ser $f(x)$ o cualquier otra letra como $g(x)$, $h(x)$, $p(x)$ o $q(x)$.

Entonces en lugar de escribir $y = -x^2 + 4$ podemos escribirla como $f(x) = -x^2 + 4$, es decir $y = f(x)$ donde $f(x)$ se lee como "f de x", no olvides que para cada x le corresponde una $f(x)$, solo tienes que sustituir, en lugar de x colocas su valor.
Por ejemplo: Para $x = 0$ le corresponde $f(0) = -0^2 + 4 = 4$.
Para $x = -1$ le corresponde $f(-1) = -(-1)^2 + 4 = -1 + 4 = 3$.
Para $x = 2$ le corresponde $f(2) = -2^2 + 4 = -4 + 4 = 0$.

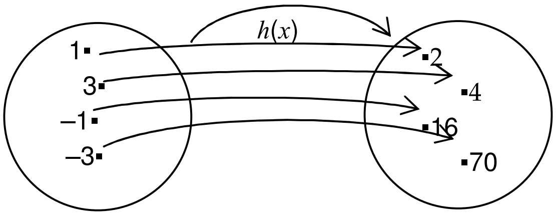
Ejemplo 5)
Si tenemos la función $g(x) = 3x^2 - 2x + 1$ encontrar $g(0)$, $g(-1)$, $g(2)$ y $g(-2)$.
Solución:
$g(0) = 3(0)^2 - 2(0) + 1 = 0 - 0 + 1 = 1$ entonces $g(0) = 1$.
$g(-1) = 3(-1)^2 - 2(-1) + 1 = 3(1) + 2 + 1 = 6$ entonces $g(-1) = 6$.
$g(2) = 3(2)^2 - 2(2) + 1 = 3(4) - 4 + 1 = 9$ entonces $g(2) = 9$.
$g(-2) = 3(-2)^2 - 2(-2) + 1 = 3(4) + 4 + 1 = 17$ entonces $g(-2) = 17$.

Ejercicio 5)
a) Una función está dada por $f(x) = -x^3 + x - 1$, encontrar $f(-1)$, $f(0)$ y $f(2)$.
b) Una función está dada por $F(x) = \dfrac{2-x^2}{x+3}$, encontrar $F(-1)$, $F(0)$ y $F(2)$.

Ejemplo 6)
Si tenemos la función $h(x) = x^3 + 5x^2 - 2$ cuyo dominio es el conjunto $\{1, 3, -1, -3\}$, encuentra su Rango.
Solución:
Lo que tenemos que hacer es encontrar los números $h(x)$ que le corresponden a cada elemento del dominio, para esto solo tenemos que evaluar como lo hicimos anteriormente en el ejemplo 5.
$h(1) = 1^3 + 5(1)^2 - 2 = 1 + 5 - 2 = 4$
$h(3) = 3^3 + 5(3)^2 - 2 = 27 + 5(9) - 2 = 27 + 45 - 2 = 70$
$h(-1) = (-1)^3 + 5(-1)^2 - 2 = -1 + 5(1) - 2 = -1 + 5 - 2 = 2$

$h(-3) = (-3)^3 + 5(-3)^2 - 2 = -27 + 5(9) - 2 = -27 + 45 - 2 = 16$

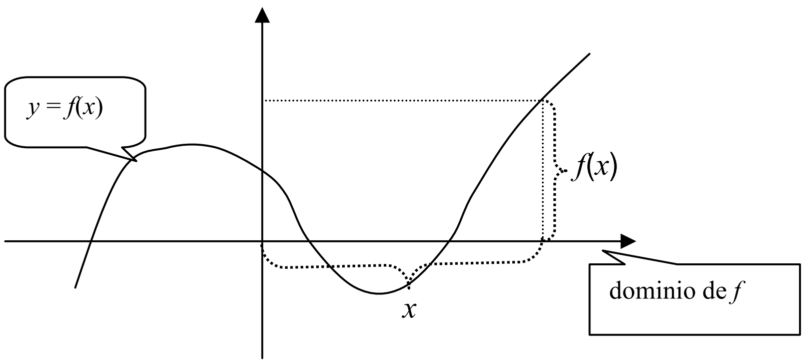
Entonces el Rango de $h(x)$ es el conjunto $\{4, \ 70, \ 2, \ 16\}$.
Esto lo podemos representar por medio del siguiente diagrama.



Ejercicio 6) a) Si tenemos una función cuyo dominio es {–2, –1, 0, 1, 2, 3} y su regla de correspondencia es $g(x) = 3x^2 - 5$, encontrar su rango.
b) Si tenemos una función cuyo dominio es {–2, –1, 0, 1, 2, 3} y su regla de correspondencia es $G(x) = (2x + 1)^2 - x$, encontrar su rango.

Ahora combinaremos los conceptos de Dominio y Rango de una función con sus gráficas, pero primero tenemos que saber que es una gráfica.

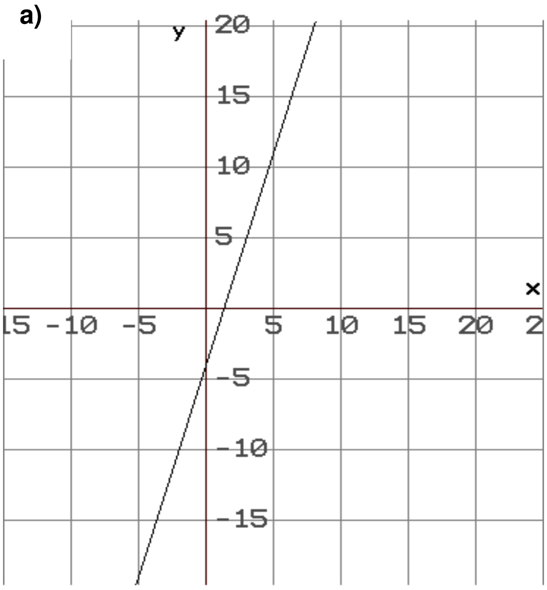
La gráfica de una función f es el conjunto de todos los pares ordenados $(x, f(x))$ en los que x toma los valores del dominio de f.



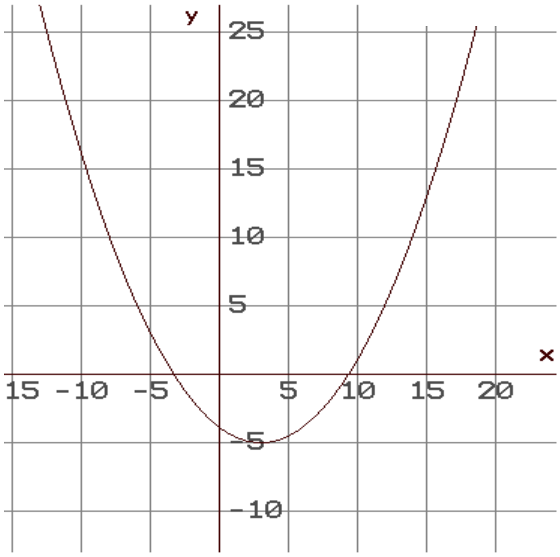
Usaremos las gráficas para determinar el dominio y rango de una función, para esto tienes que tomar en cuenta que el **dominio** de una función se puede determinar gráficamente proyectando los puntos de su gráfica sobre el eje X, y el rango también se puede determinar gráficamente proyectando los puntos de su gráfica sobre el eje Y. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 7) En las siguientes gráficas, escribe cual es el dominio y el rango de cada relación.

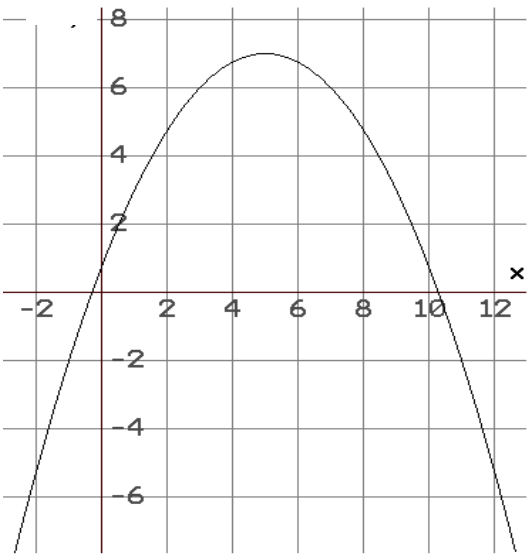
a)



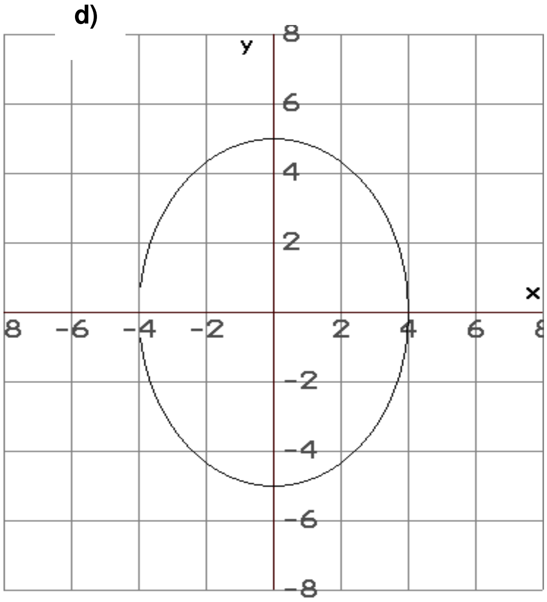
b)



c)



d)



Solución:

Nota: Las puntas de flecha nos indican que se extiende de forma indefinida hacia donde apuntan.

a) En esta gráfica los valores que puede tomar la variable x están sobre el eje de las X's y puede ser cualquiera, es decir de -∞ a +∞, este es su ***Dominio***.
Su ***Rango*** son los valores que toma la variable y sobre el eje de las Y's y en la figura vemos que son todos, es decir desde $-\infty$ hasta $+\infty$.

b) En esta gráfica los valores que puede tomar la variable x están sobre el eje de las X's y puede ser cualquiera, es decir de -∞ a +∞, este es su ***Dominio***.
Su ***Rango*** son los valores que toma la variable y sobre el eje de las Y's y en la figura vemos que son de –5 hasta +∞.

c) En esta gráfica los valores que puede tomar la variable x están sobre el eje de las X's y puede ser cualquiera, es decir de -∞ a +∞, este es su ***Dominio***.
Su ***Rango*** son los valores que toma la variable y sobre el eje de las Y's y en la figura vemos que son de –∞ hasta +7.

d) En esta gráfica los valores que puede tomar la variable x, están sobre el eje de las X's y son de –4 a 4, este es el Dominio.
Y los valores en el eje de las Y's son de –5 a 5, y ese es el Rango.

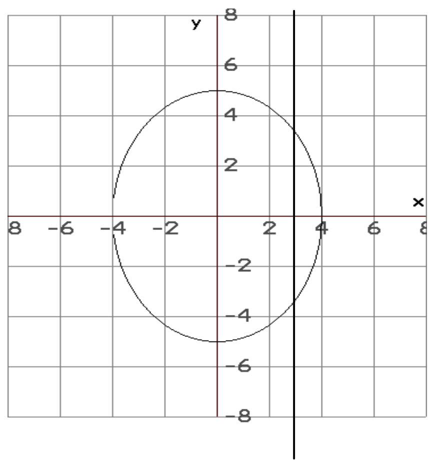
Prueba de la línea vertical para funciones:

Un conjunto de puntos en un plano coordenado es la gráfica de y como una función de x si y sólo si ninguna línea vertical intersecta la gráfica en más de un punto.

Ejemplo 8) De las cuatro gráficas en el ejemplo 7, decir cuales representan una función.

Solución:

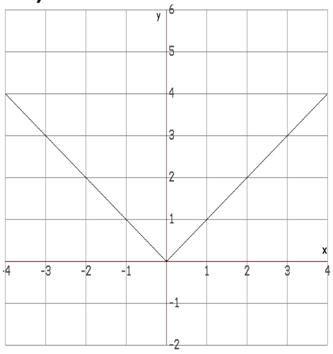
Las gráficas de los incisos **a)**, **b)**, y **c)** cada una representa a una función, ya que toda línea vertical sobre la gráfica la intersecta sólo una vez, puedes verificarlo con las líneas verticales de la cuadrícula del plano donde están trazadas.
En cambio la gráfica del inciso **d)** no representa a una función porque puedes encontrar una línea vertical sobre ella que la intersecta dos veces.



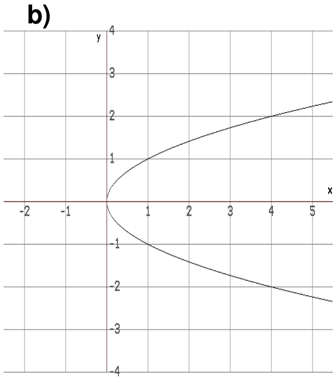
Ejercicio 7)

En las siguientes gráficas encuentra el dominio y el rango, y haciendo la prueba de la línea vertical decir cuales representan a una función.

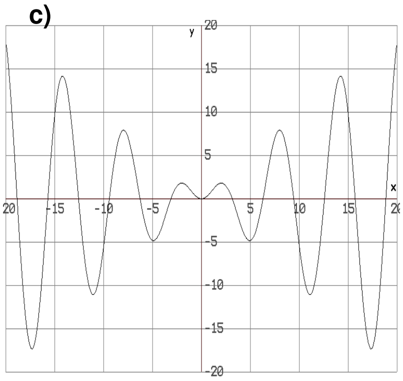
a)



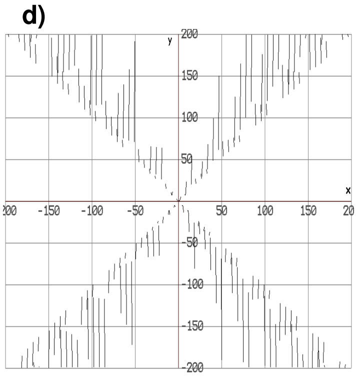
b)



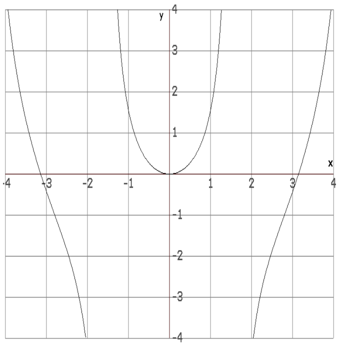
c)



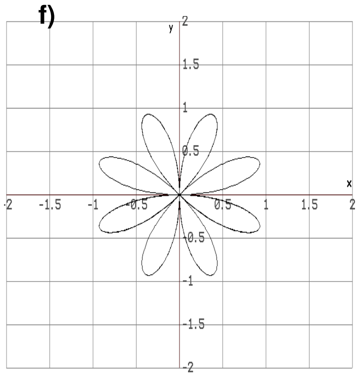
d)



e)



f)



Ejemplo 8) Para cada una de las siguientes ecuaciones decir si y es una función de x, y dar el dominio y rango, trazar sus gráficas.

a) $y = +\sqrt{5x-10}$ **b)** $2x^2 - 3y = 1$ **c)** $x^2y - 3y = 2$

Solución:

a) Para que todo valor de x en el dominio le corresponda su pareja y, el radicando no debe de ser negativo, es decir $5x - 10 > 0$

despejando a x tenemos: $5x > 10$

$$x > \frac{10}{5}$$

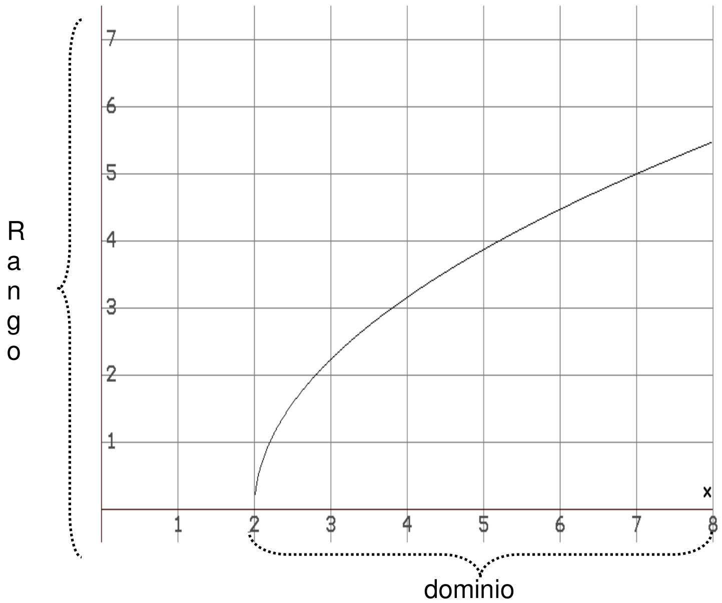
$$x > 2$$

Quiere decir que para todo valor de x estrictamente mayor que 2 le corresponde sólo un valor de y, ya que la raíz cuadrada sólo es positiva, entonces esta ecuación si nos define una función y su dominio es todos los números mayores que 2 y lo escribiremos como el intervalo $(2, \infty)$.

Recuerda que la gráfica es el conjunto de todas las parejas (x , $f(x)$) en los que x toma los valores del dominio de la función, sólo encontraremos algunas parejas en una pequeña tabulación y como x puede tomar cualquier valor en el intervalo (2 , ∞), al final uniremos los puntos por una línea continua y tendremos la gráfica de $y = +\sqrt{5x-10}$.

TABULACIÓN	
X	y
2	0
3	2.23
4	3.16
5	3.87
6	4.47
8	5.47

En la gráfica podemos visualizar que el rango es de 0 al ∞, es decir el Intervalo [0 , +∞).



b) Primero despejamos a la variable y en $2x^2 - 3y = 1$.

$$-3y = 1 - 2x^2$$

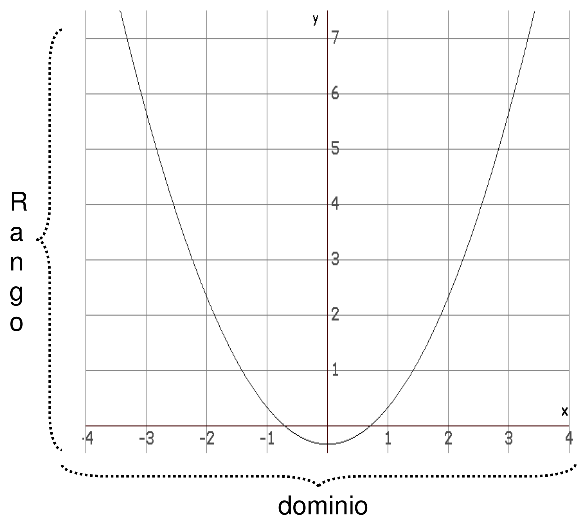
$$y = \frac{1-2x^2}{-3}$$

$$y = \frac{2x^2-1}{3}$$

Observamos que para cualquier valor de x hay exactamente un valor correspondiente para y de tal forma que esta ecuación define una función, su dominio son todos los reales.

Encontraremos algunos puntos de la gráfica en una pequeña tabulación y como x puede tomar cualquier valor, al final uniremos los puntos por una línea continua y tendremos la gráfica de nuestra función.

x	y
0	$-⅓$ = -0.33
1	⅓ = 0.33
-1	⅓ = 0.33
2	$\frac{7}{3}$ = 2.33
-2	$\frac{7}{3}$ = 2.33



En la gráfica vemos que el rango es desde $-\frac{1}{3}$ hasta $+\infty$, es decir el intervalo $[-\frac{1}{3}, +\infty)$.

c) Primero despejamos a la variable y en $x^2 y - 3y = 2$

$$y\,(x^2 - 3) = 2$$

$$y = \frac{2}{x^2 - 3}$$

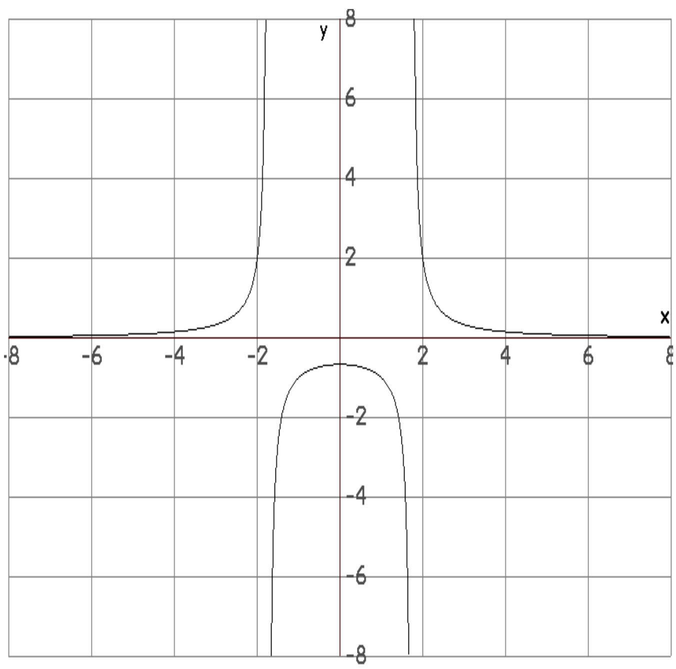
Para que todo valor de x en el dominio le corresponda su pareja y, el denominador no debe de ser cero, es decir $x^2 - 3 \neq 0$ esto sucede si:

$x^2 \neq 3$ es decir si:

$x \neq \pm\sqrt{3}$

Quiere decir que para que $x^2 y - 3y = 2$ sea función, el dominio (los valores que puede tomar x) son todos los números excepto $\pm\sqrt{3}$, es decir el dominio es de $-\infty$ a $+\infty$ menos $\pm\sqrt{3}$, en notación de intervalo dominio = $(-\infty, +\infty) - \{\pm\sqrt{3}\}$

Encontraremos algunos puntos de la gráfica en una tabulación, tomando muy en cuenta que x no puede tomar los valores $\pm\sqrt{3}$, uniremos los puntos por una línea continua en el dominio de x, y habremos trazado la gráfica de nuestra función.



x	y
0	– 2/3
1	–1
–1	–1
2	2
–2	2
4	2/13 = 0.15
–4	2/13 = 0.15
1.8	8.3
–1.8	8.3
1.5	–2.6
–1.5	–2.6

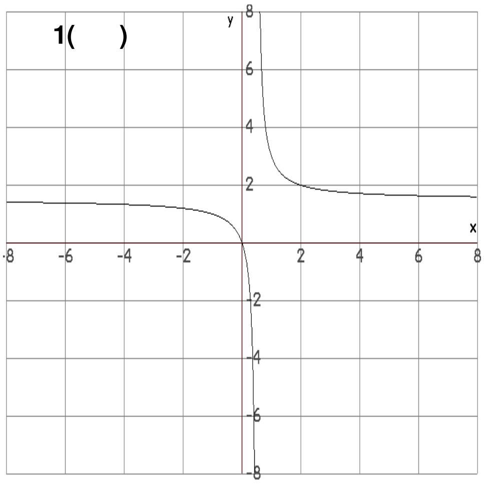
En esta gráfica es un poco difícil visualizar cual es el rango, pero si la observas bien en el intervalo de 0 a – 2/3 sobre el eje de las Y's no hay gráfica, es decir el rango está en los intervalos $(-\infty, -2/3] \cup (0, +\infty)$.

Ejercicio 9) Para cada una de las siguientes ecuaciones decir si y es una función de x, asocia cada gráfica con su ecuación dar el dominio y el rango de cada una.

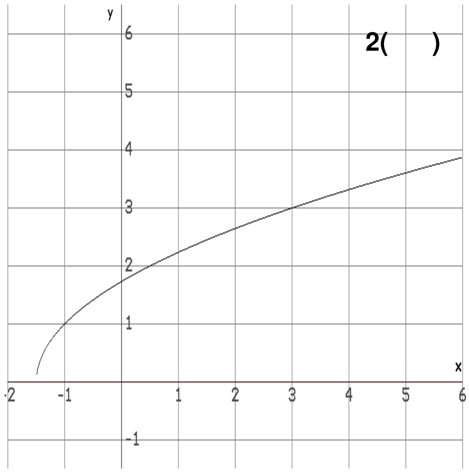
a) $y = +\sqrt{2x+3}$ **b)** $2x^2 - y = 5$ **c)** $x^2 y - 2y = -3$

d) $y = -\sqrt{x^2 - 2}$ **e)** $2x + y^2 = 3$ **f)** $(2x - 1)\, y = 3x$

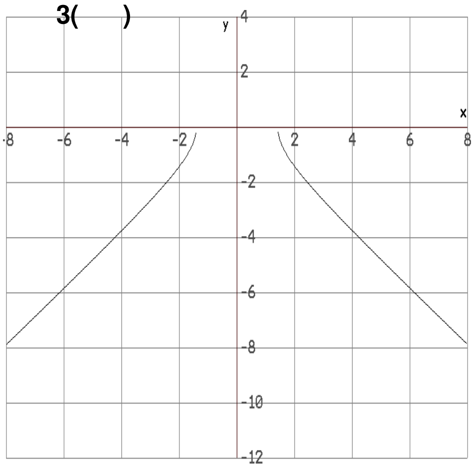
1( )



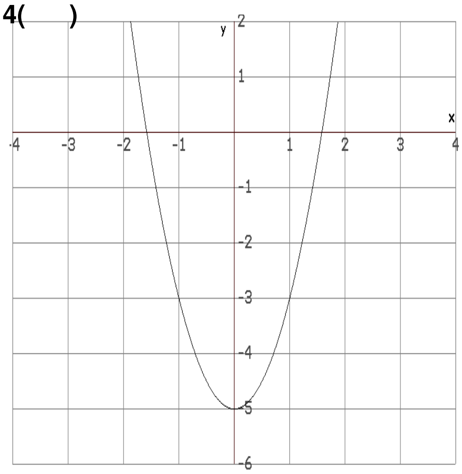
2( )



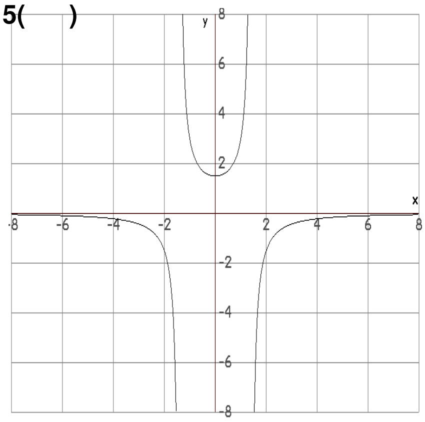
3( )



4( )



5( )



6( )